

## 信賴區間例題 20110610

1. 購買 150c.c.的飲料 100 罐，平均容量 148 c.c.，標準差 8 c.c.，根據此次的取樣，飲料平均容量的 95%區間估計為何？

Sol :

$$148 - 1.96 \cdot \frac{10}{\sqrt{100}} = 148 - 1.96 = 146.04$$

$$148 + 1.96 \cdot \frac{10}{\sqrt{100}} = 148 + 1.96 = 149.96$$

$$[146.04, 149.96]$$

2. 假設中華技術學院想要估計學生中擁有個人汽車的比例  $p$ ，而隨機抽取 100 位學生，發現有 32 位學生有個人汽車，那麼  $p$  的 95% 信賴區間如何呢？

Sol :

$$\hat{p} = 0.32$$

$$0.32 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}} = 0.32 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{(0.32)(0.68)}{100}} = 0.228$$

$$0.32 + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}} = 0.32 + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{(0.32)(0.68)}{100}} = 0.412$$

$$[0.228, 0.412]$$

3. 台中精密螺絲公司所生產的 7 號螺絲，其標準直徑為 3.8 公分。現抽樣 25 個螺絲作檢驗，得到樣本變異數  $S^2$  為 0.25，試問在 95% 的信賴水準下，母體變異數  $\sigma^2$  的信賴區間為何？

Sol.

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2}$$

$$\left[ \frac{24 \times 0.25}{39.36}, \frac{24 \times 0.25}{12.40} \right] = [0.1524, 0.4838]$$

4. 某校生輔組老師研究學校學生在課餘時間有兼差工作之比例，今隨機抽樣 80 位學生，其中 45 位有兼差，求學生兼差比例 95% 的信賴區間

Sol :

$$\hat{p} = \frac{45}{80} = 0.5625$$

$$0.5625 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}} = 0.5625 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{(0.5625)(0.4375)}{80}} = 0.5625 - 0.1087 = 0.4538$$

$$0.5625 + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}} = 0.5625 + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{(0.5625)(0.4375)}{80}} = 0.5625 + 0.1087 = 0.6712$$

$$[0.4538, 0.6712]$$

5. 某教師隨機抽出男生 10 位，其平均成績為 82 分，標準差為 7；女生 13 位，其平均成績為 79，標準差為 8 分，若學生成績為常態分布，試問兩母體變異數比  $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$  的 95% 信賴區間為何？

Sol :

$$(1) F = \frac{s_1^2 / \sigma_1^2}{s_2^2 / \sigma_2^2} = \frac{s_1^2 \sigma_2^2}{s_2^2 \sigma_1^2} \Rightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \frac{s_1^2}{s_2^2 \cdot F}$$

$$F_{0.025(9,12)} = 3.44, F_{0.975(9,12)} = \frac{1}{F_{0.025(12,9)}} = \frac{1}{3.87} = 0.258$$

$$\frac{s_1^2}{s_2^2 \cdot F} = \frac{49}{64 \cdot (3.44)} = 0.223$$

$$\frac{s_1^2}{s_2^2 \cdot F} = \frac{49}{64 \cdot (0.258)} = 2.968$$

$$[0.223, 2.968]$$

信賴區間有包含 1，表示這兩個母體的變異數有可能相等

6. 假設 A 同學從中華技術學院所有學生中隨機抽取 16 位，此 16 位同學平均體重是 62 公斤，樣本標準差是 9 公斤，則 95% 的信賴區間為？

Sol :

$$62 - 2.1314 \frac{9}{\sqrt{16}} = 57.2043$$

$$62 + 2.1314 \frac{9}{\sqrt{16}} = 66.7957$$

$$[57.2043, 66.7957]$$

7. 假設王教授從台北地區隨機抽取 10 個人，此 10 人年所得的樣本變異數為  $1.5625(\text{萬元})^2$ 。則母體變異數  $\sigma^2$  的 95% 信賴區間為？

Sol :

$$\left[ \frac{(10-1) \times 1.5625}{19.0228}, \frac{(10-1) \times 1.5625}{2.7004} \right] = [0.7392, 5.2076]$$

8. 隨機抽查 8 片磁片其重量分別為 62,65,63,61,65,64,62,66 公克，假設所有磁片重量為常態分配，試求所有磁片平均重量  $\mu$  的 95% 信賴區間

Sol.

$$63.5 - t_{0.025}(7) \frac{1.773}{\sqrt{8}} \leq \mu \leq 63.5 + t_{0.025}(7) \frac{1.773}{\sqrt{8}}$$

$$63.5 - (2.365) \frac{1.773}{\sqrt{8}} \leq \mu \leq 63.5 + (2.365) \frac{1.773}{\sqrt{8}}$$

$$62.018 \leq \mu \leq 64.983$$

9. 某廠商隨機抽取 200 支鉛筆，發現其中 20 支有瑕疵，試計算該批鉛筆不良率  $p$  的點估計值與 95% 信賴區間

Sol :

$$\hat{p} = \frac{20}{200} = 0.1$$

$$\hat{p} + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{(0.1)(0.9)}{200}} = 0.1 + 0.042 = 0.142$$

$$\hat{p} - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{(0.1)(0.9)}{200}} = 0.1 - 0.042 = 0.058$$

$$[ 0.058, 0.142 ]$$