

$\bar{x}$ 的抽樣分配

1. 袋中有 3 顆球，分別標 ① ② ③，抽到 ① 得 1 元，抽到 ② 得 2 元，抽到 ③ 得 3 元，設 x 表示得到的金額，求 (1) $E(x)$ (2) $Var(x)$ (3) 畫出 x 機率分配圖
2. 同上題，採取後放回的方法抽兩次，設 $\bar{x}$ 表示得到的金額，求 (1) $E(\bar{x})$ (2) $Var(\bar{x})$ (3) 畫出 $\bar{x}$ 的機率分配圖
3. 同上題，採取後放回的方法抽 3 次，設 $\bar{x}$ 表示得到的金額，求 (1) $E(\bar{x})$ (2) $Var(\bar{x})$ (3) 畫出 $\bar{x}$ 的機率分配圖
4. 假設台北市家庭每月電費呈常態分配，平均費用 1500 元，標準差 300 元，令 $\bar{x}$ 為電費隨機樣本的平均數，問樣本數為 (1) 16 (2) 100 (3) 400 時， $\bar{x}$ 的平均數及標準差為多少？

中央極限定理(Central Limit Theorem)的應用：

公式： $z = \frac{x - \mu}{\sigma_x}$ ，其中 $\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 解應用問題

5. 一家成衣廠欲使用剪布機剪裁一批布料成為平均長度 $\mu = 1000mm$ ，標準差 $\sigma = 12mm$ 的布塊，若連續抽取樣本大小 $n = 36$ 的隨機樣本，則其樣本平均數 $\bar{x}$ 會落於 995mm 與 1005mm 之間的百分比為？
6. 已知台北市醫師每週工作平均時數 $\mu = 50$ 小時，標準差 $\sigma = 7$ 小時。
(a) 假設母體為常態，一位醫師每週工作時數高於 51 小時的機率為？
(b) 一組包含 49 位醫師的隨機樣本所產生之平均數 $\bar{x}$ ， $\bar{x}$ 高於 51 小時的機率為？
7. 在一項調查，企業主管年薪平均數 $\mu = 200$ 萬，標準差 $\sigma = 48$ 萬
(a) 假設母體為常態，一位企業主管年薪超過 220 萬的機率為？
(b) 一組包含 36 位企業主管的隨機樣本所產生之年薪平均數 $\bar{x}$ ， $\bar{x}$ 高於 220 萬的機率為？

樣本比例 p_s 的抽樣分配

$$E(p_s) = p, \quad Var(p_s) = \frac{pq}{n}$$

$$\text{若 } np > 5, nq > 5, \quad p_s \sim N\left(np, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$$

8. 某鄉鎮有 1000 個家庭，其中 485 戶有自用轎車，今抽了 200 個家庭，發現有 98 戶有自用轎車，則母體比例 p 與樣本比例 p_s 各為多少？
9. 有一向對台北交通狀況滿意度的調查，發現 55% 民眾滿意，現在從台北市民隨機抽了 400 人，則滿意比例在 60% 到 70% 的機率為多少？
10. 根據一項調查，有 40% 的市民感到滿意，假設 p_s 為樣本大小 $n = 400$ 的樣本比例，試求下列機率
(a) p_s 介於 0.36 與 0.45 之間
(b) p_s 小於 0.34