

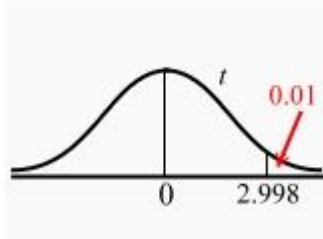
## 假設檢定例題(單母體，小樣本)

1. 公賣局宣稱長壽牌香菸所含尼古丁不超過 3.5 毫克，今抽出 8 支長壽牌香菸測出所含尼古丁為 4.2 毫克，標準差  $s = 1.4$  毫克，若尼古丁含量呈常態分配，試以顯著水準  $\alpha = 0.01$  檢定公賣局宣稱？

Sol

$$H_0: \mu = 3.5, \quad H_1: \mu > 3.5$$

$$\text{d.f.} = 7, \quad t_{0.01, 7} = 2.998$$



$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \Rightarrow 2.998 = \frac{\bar{x} - 3.5}{\frac{1.4}{\sqrt{8}}}$$

$$1.4842 = \bar{x} - 3.5 \Rightarrow \bar{x} = 4.9842$$

$\because 4.2 < 4.9842$ ，接受  $H_0$

2. 在許多名畫被偷之後，美術館關心夜間保全人員在執勤時是否用心巡視，監督方法是，驗證是否平均花 21.0 分鐘(不多不少)去完成一系列的巡迴檢查任務。隨機測定觀察，得到下列數據(設為常態母體)

$$n = 12 \text{ 人}$$

$$\bar{x} = 18.6 \text{ 分鐘}$$

$$s = 4.3 \text{ 分鐘}$$

(a) 在  $\alpha = 0.01$  下，檢定保全人員是否平均花 21.0 分鐘完成一系列的巡迴檢查任務。

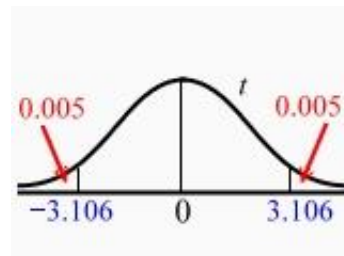
(b) 在  $\alpha = 0.1$  下，檢定保全人員是否平均花 21.0 分鐘完成一系列的巡迴檢查任務。

Sol(a)

$$H_0: \mu = 21, \quad H_1: \mu \neq 21$$

$$\text{d.f.} = 11, \quad t_{0.005, 11} = 3.106$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$



$$(1) \quad 3.106 = \frac{\bar{x} - 21}{\frac{4.3}{\sqrt{12}}} \Rightarrow \bar{x} = 24.86$$

$$(2) \quad -3.106 = \frac{\bar{x} - 21}{\frac{4.3}{\sqrt{12}}} \Rightarrow \bar{x} = 17.14$$

接受域: [ 17.14 , 24.86 ]

$\because 18.6 \in [ 17.14 , 24.86 ]$ ，故接受  $H_0$

Sol(b)

$$H_0: \mu = 21, \quad H_1: \mu \neq 21$$

$$\text{d.f.} = 11, \quad t_{0.05, 11} = 1.796$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$(1) \quad 1.796 = \frac{\bar{x} - 21}{\frac{4.3}{\sqrt{12}}} \Rightarrow \Rightarrow \bar{x} = 23.229$$

$$(2) \quad -1.796 = \frac{\bar{x} - 21}{\frac{4.3}{\sqrt{12}}} \Rightarrow \Rightarrow \bar{x} = 18.771$$

接受域: [ 18.771 , 23.229 ]

$\therefore 18.6 \notin [ 18.771 , 23.229 ]$  , 故拒絕  $H_0$

3. 十九世紀科學家嘗試證明現代人較早期穴居人有較大的頭顱容量，西元 1856 年挖掘出的穴居人，約西元前 200,000 年到西元前 300,000 年的化石頭顱做為研究對象。假設測量 11 個穴居人的頭顱得到下列結果(設為常態母體)



穴居人頭顱容量(立方英吋)

85, 91, 89, 94, 93,  
90, 90, 88, 91, 86,  
93

(a) 計算這組樣本的  $\bar{x}$  和  $s$

(b) 在 0.05 的顯著水準下，檢定這組樣本是否來自平均數為不大於 87.0 立方英寸的母體(87.0 立方英寸的是現代高加索人的腦平均容量)，結論是否顯著?

Sol

$$\bar{x} = \frac{85 + 91 + 89 + 94 + 93 + 90 + 90 + 80 + 91 + 86 + 93}{11} = 90$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{11} (x_i - \bar{x})^2}{10} = \frac{5^2 + 1^2 + 1^2 + 4^2 + 3^2 + 0^2 + 0^2 + 2^2 + 1^2 + 4^2 + 3^2}{10}$$
$$= \frac{25 + 1 + 1 + 16 + 9 + 4 + 1 + 16 + 9}{10} = \frac{82}{10} = 8.2$$

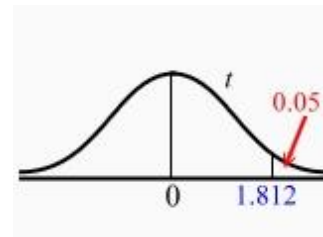
$$s = \sqrt{8.2} = 2.864$$

$$H_0: \mu \leq 87$$

$$\text{d.f.} = 10, \quad t_{0.05, 10} = 1.812$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$1.812 = \frac{\bar{x} - 87}{\frac{2.864}{\sqrt{11}}} \Rightarrow 1.56 = \bar{x} - 87 \Rightarrow \bar{x} = 88.56$$



$\therefore 90 > 88.56$ ，結論顯著

4. 潔西卡是部隊新兵，她宣稱能在 11.7 分內，很酷的清理完成 M16 步槍，並通過檢查，她的朋友懷疑她誇大其辭，決定測試其宣稱，暗中觀察她清槍時間 6 次，得到

$$\begin{aligned}n &= 6 \text{ 次} \\ \bar{x} &= 13.57 \text{ 分鐘} \\ s &= 3.2 \text{ 分鐘}\end{aligned}$$

(設為常態母體)

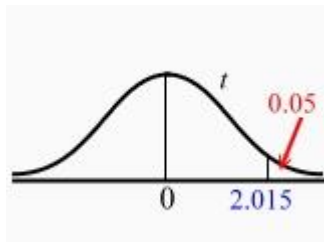


在  $\alpha = 0.05$  下，檢定潔西卡是否能在 11.7 分內很酷的清理完成 M16 步槍，並通過檢查

Sol

$$H_0: \mu = 11.7 \quad H_1: \mu > 11.7$$

$$\text{d.f.} = 5, \quad t_{0.05, 5} = 2.015$$



$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$2.015 = \frac{\bar{x} - 11.7}{\frac{3.2}{\sqrt{6}}} \Rightarrow 2.632 = \bar{x} - 11.7 \Rightarrow \bar{x} = 14.332$$

$\therefore 13.57 < 14.332$ ，故接受  $H_0$