假設檢定例題(雙母體、獨立大樣本)

1. 假設一個雙盲研究，給予 200 個人治療關節炎的實驗用藥，給另 160 人安慰劑，以 0～20 分紀錄病人的改善狀況，結果如下

實驗用藥	安慰劑
$n=200$	$n=160$
$\bar{x}=8.7$	$\bar{x}=5.2$
$s=2.4$	$s=1.7$

在顯著水準 $\alpha=0.05$ 下，檢定 $\mu_1=\mu_2$

Sol：

$H_0:\mu_1-\mu_2=0$，$H_1:\mu_1-\mu_2\neq 0$

根據 $z=\dfrac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}=\dfrac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1}+\dfrac{s_2^2}{n_2}}}$，

$$\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}=\sqrt{\frac{2.4^2}{200}+\frac{1.7^2}{160}}=\sqrt{\frac{5.76}{200}+\frac{2.89}{160}}=\sqrt{0.0288+0.0180625}=0.2165$$

查表得 $z=-1.96$　，$z=1.96$

$$-1.96=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-0}{0.2165}\quad\Rightarrow -0.4243=(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\Rightarrow(\bar{x}_1-\bar{x}_2)=-0.4243$$

$$1.96=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-0}{0.2165}\quad\Rightarrow 0.4243=(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\Rightarrow(\bar{x}_1-\bar{x}_2)=0.4243$$

因為 $\bar{x}_1-\bar{x}_2=8.7-5.2=3.5$ 落在拒絕域

故拒絕 H_0，也就是說，實驗用藥與安慰劑不同

---

2. 甲、乙兩家燈管廠，今抽驗其生產燈管的壽命

	n	平均壽命	標準差
甲牌	80	$\bar{x}_1=1241$ 小時	$s_1=94$
乙牌	60	$\bar{x}_2=1008$ 小時	$s_2=68$

因甲牌燈管較貴，除非甲牌燈管平均壽命超過乙牌 200 小時以上，否則購買乙牌燈管，試以 $\alpha=0.01$，判斷應該購買甲牌還是乙牌燈管

Sol：

$H_0:\mu_1-\mu_2\leq 200$，$H_1:\mu_1-\mu_2>200$

根據 $z=\dfrac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}=\dfrac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1}+\dfrac{s_2^2}{n_2}}}$，

$$\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}=\sqrt{\frac{94^2}{80}+\frac{68^2}{60}}=\sqrt{\frac{8836}{80}+\frac{4624}{60}}=\sqrt{110.45+77.067}=13.69$$

查表得 $z=2.33$

$$2.33=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-200}{13.69} \quad \Rightarrow 31.9=(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-200$$

$$\Rightarrow (\bar{x}_1-\bar{x}_2)=231.9$$

因爲 $\bar{x}_1-\bar{x}_2=1241-1008=233$ 落在拒絕域

故拒絕 H_0 ，也就是說，甲牌燈管與乙牌燈管平均壽命差在 200 小時以上，所以我們決定採購甲牌燈管

---

3. 2006 年 1 月，台灣自來水廠自各處抽取 85 組水樣本分析，測量水中的含氯量，到了 2007 年 1 月，再度抽取 110 組水樣本分析，資料如下：

	含氯量	
	2006	2007
樣本數	$n_1=85$	$n_2=110$
平均數	$\bar{x}_1=18.3$	$\bar{x}_2=17.8$
標準差	$s_1=1.2$	$s_2=1.8$

根據以上資料，是否足以證明 2007 年的自來水含氯量與 2006 年相同，試以顯著水準 $\alpha=0.05$ 檢定之。

Sol：

$H_0:\mu_1-\mu_2=0$, $H_1:\mu_1-\mu_2\neq 0$

根據 $z=\dfrac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}=\dfrac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1}+\dfrac{s_2^2}{n_2}}}$ ，

$$\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}=\sqrt{\frac{1.2^2}{85}+\frac{1.8^2}{110}}=\sqrt{\frac{1.44}{85}+\frac{3.24}{110}}=\sqrt{0.016941+0.029455}=0.2154$$

查表得 $z=-1.96$, $z=1.96$

$$-1.96=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-0}{0.2154} \quad \Rightarrow -0.422=(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\Rightarrow(\bar{x}_1-\bar{x}_2)=-0.422$$

$$1.96=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-0}{0.2154} \quad \Rightarrow 0.422=(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\Rightarrow(\bar{x}_1-\bar{x}_2)=0.422$$

因爲 $\bar{x}_1-\bar{x}_2=18.3-17.8=0.5$ 落在拒絕域

故拒絕 H_0 ，也就是說，2007 年的自來水含氯量與 2006 年有所改變

---

4. 假設有兩群體，一組爲高信心群(法官、律師、精神醫師)，另一組爲普通群，進行偵測說謊者的能力，兩群體均觀看數卷工作晤談錄影帶，其中 10 位確實說謊。今要求每位受試者觀看以偵測出這 10 位說謊者。

高信心群	普通群
$n_1=50$	$n_2=55$
$\bar{x}_1=4.3$	$\bar{x}_2=3.9$
$s_1=1.5$	$s_2=1.8$

在顯著水準 $\alpha=0.05$ 下，檢定 $\mu_1=\mu_2$

Sol：

$H_0:\mu_1-\mu_2=0$, $H_1:\mu_1-\mu_2\neq 0$

根據 $z=\dfrac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}}=\dfrac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1}+\dfrac{s_2^2}{n_2}}}$ ，

$$\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}=\sqrt{\frac{1.5^2}{50}+\frac{1.8^2}{55}}=\sqrt{\frac{2.25}{50}+\frac{3.24}{55}}=\sqrt{0.045+0.059}=0.322$$

查表得 $z=-1.96$ ，$z=1.96$

$$-1.96=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-0}{0.322}\Rightarrow -0.63112=(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\Rightarrow(\bar{x}_1-\bar{x}_2)=-0.63112$$

$$1.96=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-0}{0.322}\Rightarrow 0.63112=(\bar{x}_1-\bar{x}_2)\Rightarrow(\bar{x}_1-\bar{x}_2)=0.63112$$

因爲 $\bar{x}_1-\bar{x}_2=4.3-3.9=0.4$ 落在接受域

故接受 H_0 ，也就是說，高信心群(法官、律師、精神醫師)和普通群辨識說謊者的能力沒有甚麼差別