Wilcoxon rank sum test(大樣本)

本節要點：

(a)兩獨立母體之比較

(b)只要其中一組樣本大於 10 就稱為大樣本

(c) n_1 為樣本數較小的樣本數，統計量 W 為等級和

(d) $\mu_W=\dfrac{n_1(n+1)}{2}$ ， $\sigma_W=\sqrt{\dfrac{n_1n_2(n+1)}{12}}$

1. 假設兩群共 21 名婦女，一群長期服用荷爾蒙，一群服用安慰劑，記錄其出現更年期現象的年齡

荷爾蒙藥	安慰劑
46.7	46.2
17.8	48.2
50.8	49.3
51.1	49.7
51.3	49.8
51.9	51.8
52.0	52.2
53.1	52.5
53.5	54.6
56.2	55.2
	55.6

在顯著水準 $\alpha=0.05$ 下，使用 Wilcoxon rank sum test 檢定是否 $\mu_1=\mu_2$

Sol.本題之 $n_1=10, n_2=11$ ，視為大樣本

H_0 :荷爾蒙藥與安慰劑相同(服用荷爾蒙藥無效)

H_1 :服用荷爾蒙藥會影響更年期出現的年齡

荷爾蒙藥		安慰劑	
46.7	3	46.2	2
17.8	1	48.2	4
50.8	8	49.3	5
51.1	9	49.7	6
51.3	10	49.8	7
51.9	12	51.8	11
52.0	13	52.2	14
53.1	16	52.5	15
53.5	17	54.6	18
56.2	21	55.2	19
		55.6	20

$W=3+1+8+\cdots+21=110$

$\mu_w=\dfrac{n_1(n+1)}{2}=\dfrac{10\cdot 22}{2}=110$

$\sigma_w=\sqrt{\dfrac{n_1n_2(n+1)}{12}}=\sqrt{\dfrac{10\cdot 11\cdot 22}{12}}=14.2$

$z=\dfrac{W-\mu_w}{\sigma_w}=\dfrac{110-110}{14.2}=0$

接受 H_0

2. 假設一家餐廳推出了海鮮、牛排兩種套餐，今邀請 25 位美食家為其評分，評分結果如下：

海鮮	61	41	67	63	84	48	73	44	59	72	82	69	
牛排	77	70	89	75	68	81	65	51	85	76	97	83	96

試以顯著水準 $\alpha = 0.05$，使用 Wilcoxon rank sum test 檢定是否 $\mu_1 = \mu_2$

Sol.本題之 $n_1 = 12, n_2 = 13$，視為大樣本

H_0 : 海鮮與牛排評價相同

H_1 : 海鮮與牛排評價不相同

海鮮	61	41	67	63	84	48	73	44	59	72	82	69	
	6	**1**	**9**	**7**	**21**	**3**	**14**	**2**	**5**	**13**	**19**	**11**	
牛排	77	70	89	75	68	81	65	51	85	76	97	83	96
	17	**12**	**23**	**15**	**10**	**18**	**8**	**4**	**22**	**16**	**25**	**20**	**24**

$$W = 6 + 1 + 9 + \cdots + 11 = 111$$

$$\mu_w = \frac{n_1(n+1)}{2} = \frac{12 \cdot 26}{2} = 156$$

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)}{12}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 13 \cdot 26}{12}} = 18.38$$

$$z = \frac{W - \mu_w}{\sigma_w} = \frac{111 - 156}{18.38} = -2.448$$

拒絕 H_0，證據顯示海鮮與牛排評價不相同(牛排較受歡迎)

3. 在一項農作物稱產的研究中，兩種不同的施肥法在相同面積的土壤進行試驗，下圖為兩種施肥法的生產量，試以顯著水準 $\alpha = 0.05$，決定兩種不同施肥法的生產量是否有差異

方法 A	132	137	129	142	160	139	143	188	140	131		
方法 B	162	180	140	150	130	128	168	169	165	182	155	170

Sol.本題之 $n_1 = 10, n_2 = 12$，為大樣本

H_0 : 兩種施肥法的生產量相同

H_1 : 兩種施肥法的生產量不相同

方法 A	132	137	129	142	166	139	143	188	140	131		
	5	**6**	**2**	**10**	**16**	**7**	**11**	**22**	**8.5**	**4**		
方法 B	162	180	140	150	130	128	168	169	165	182	155	170
	14	**20**	**8.5**	**12**	**3**	**1**	**17**	**18**	**15**	**21**	**13**	**19**

$$W = 5 + 6 + 2 + \cdots + 8.5 + 4 = 91.5$$

$$\mu_w = \frac{n_1(n+1)}{2} = \frac{10 \cdot 23}{2} = 115$$

$$\sigma_w = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)}{12}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 12 \cdot 23}{12}} = 15.17$$

$$z=\frac{W-\mu_w}{\sigma_w}=\frac{91.5-115}{15.17}=-1.55$$

接受H_0，我們無法拒絕虛無假設，基於有效的樣本證據，我們沒有充分的證據拒絕兩種施肥法不同