

(Mann-Whitney U test)大樣本

本節要點：

(a)兩獨立母體之比較(與 Wilcoxon rank sum test 同)

(b)只要其中一組樣本大於 10 就稱為大樣本

(c)統計量 $U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - W_1$, $U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - W_2$

$$U = \min(U_1, U_2)$$

n_1 、 n_2 為樣本數， W_1 、 W_2 表等級和

(d) $\mu_U = \frac{n_1 n_2}{2}$, $\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)}{12}}$

1. 假設服裝設計公司推出兩款服裝，一款為風景圖案，另一款為幾何圖案，由隨機抽出的 21 位模特兒為這兩款服裝代言，評審對這 21 款服裝評價如下

風景圖案	86	90	77	81	86	95	99	92	93	85	
幾何圖案	67	72	60	59	78	69	70	85	65	62	78

在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，使用 M-W test 檢定是否 $\mu_1 = \mu_2$

Sol.本題之 $n_1 = 10, n_2 = 11$ ，視為大樣本

H_0 : 兩款服裝評價相同

H_1 : 兩款服裝評價不相同

風景圖案	86	90	77	81	86	95	99	92	93	85	
	15.5	17	9	12	15.5	20	21	18	19	13.5	
幾何圖案	67	72	60	59	78	69	70	85	65	62	78
	5	8	2	1	10.5	6	7	13.5	4	3	10.5

$$W_1 = 15.5 + 17 + \dots + 19 + 13.5 = 160.5$$

$$W_2 = 5 + 8 + \dots + 3 + 10.5 = 70.5$$

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - W_1 = 10 \cdot 11 + \frac{10 \cdot 11}{2} - 160.5 = 4.5$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - W_2 = 10 \cdot 11 + \frac{11 \cdot 12}{2} - 70.5 = 105.5$$

$$U = \min(U_1, U_2) = 4.5$$

$$\mu_U = \frac{n_1 n_2}{2} = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$$

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n+1)}{12}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 11 \cdot 22}{12}} = 14.2$$

$$z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U} = \frac{4.5 - 55}{14.2} = 3.56$$

拒絕 H_0 ，表示風景圖案和幾何圖案的評價明顯不同

2. 假設陶瓷廠有兩組乾燥設備 A、B，其乾燥時間如下：

設備 A	28	31	27	25	29	35	39	33	32	43	37	36	40	27
設備 B	33	29	35	30	38	28	30	34	41	42	44			

試以顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，檢定是否 $\mu_1 = \mu_2$

Sol. 本題之 $n_1 = 14, n_2 = 11$ ，

H_0 : 兩種設備燥時間相同

H_1 : 兩種設備燥時間不相同

設備 A	28	31	27	25	29	35	39	33	32	43	37	36	40	27
	4.5	10	2.5	1	6.5	15.5	20	12.5	11	24	18	17	21	2.5
設備 B	33	29	35	30	38	28	30	34	41	42	44			
	12.5	6.5	15.5	8.5	19	4.5	8.5	14	22	23	25			

$$W_1 = 4.5 + 10 + \dots + 21 + 2.5 = 166 \dots \dots W_{\max}$$

$$W_2 = 5 + 8 + \dots + 3 + 10.5 = 159$$

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - W_1 = 11 \cdot 14 + \frac{14 \cdot 15}{2} - 166 = 93$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - W_2 = 11 \cdot 14 + \frac{11 \cdot 12}{2} - 159 = 61$$

$$U = \min(U_1, U_2) = 61$$

$$\mu_U = \frac{n_1 n_2}{2} = \frac{11 \cdot 14}{2} = 77$$

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}} = \sqrt{\frac{11 \cdot 14 \cdot 26}{12}} = 18.27$$

$$z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U} = \frac{61 - 77}{18.27} = -0.88$$

接受 H_0 ，我們無法拒絕虛無假設，基於有效的樣本證據，我們沒有充分的證據拒絕 A、B 兩種設備其乾燥時間不同。