

(Wilcoxon Signed-Rank test)

本節要點：

(a) 兩母體之比較，可作為兩配對觀察值的檢定方法，也可以做中位數的檢定

(b) 統計量 $T^+ = \sum(+)$, $T^- = \sum(-)$

$$T = \min(T^+, T^-)$$

(c) 小樣本檢定時，需要查 **Wilcoxon Signed-Rank** 表(一律左尾檢定)

(c) 只要其中一組樣本大於 25 就稱為大樣本，可使用常態分配檢定

(d) $\mu_T = \frac{n(n+1)}{4}$, $\sigma_T = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$

1. 假設眼鏡公司推出兩款眼鏡，一款粉紅色，另一款為淡紫色，眼鏡公司想知道這兩款眼鏡銷售數量是否相同，我們紀錄 16 家門市的銷售紀錄如下：

店家	紫色	粉紅
1	56	40
2	48	70
3	100	60
4	85	70
5	22	8
6	44	40
7	35	45
8	28	7
9	52	60
10	77	70
11	89	90
12	10	10
13	65	85
14	90	61
15	70	40
16	33	26

在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，檢定兩款眼鏡銷售量分配是否有所不同？

Sol. H_0 : 兩款眼鏡銷售量分配相同

H_1 : 兩款眼鏡銷售量分配不相同

店家	紫色	粉紅	差	等級
1	56	40	16	9
2	48	70	-22	12
3	100	60	40	15
4	85	70	15	8
5	22	8	14	7
6	44	40	4	2
7	35	45	-10	6
8	28	7	21	11
9	52	60	-8	5
10	77	70	7	3.5
11	89	90	-1	1
12	10	10	0	×

13	65	85	-20	10
14	90	61	29	13
15	70	40	30	14
16	33	26	7	3.5

$$T^+ = 9 + 15 + 8 + 7 + 2 + 11 + 3.5 + 13 + 14 + 3.5 = 86$$

$$T^- = 12 + 6 + 5 + 1 + 10 = 34$$

16筆資料中，有一個相等，我們不採計，故 $n = 15$

$$T = \min(T^+, T^-) = 34$$

查表得到臨界值為 25

因為 $34 > 25$ ，我們不拒絕虛無假設，也就是說，無法拒絕兩款眼鏡銷售量分配相同

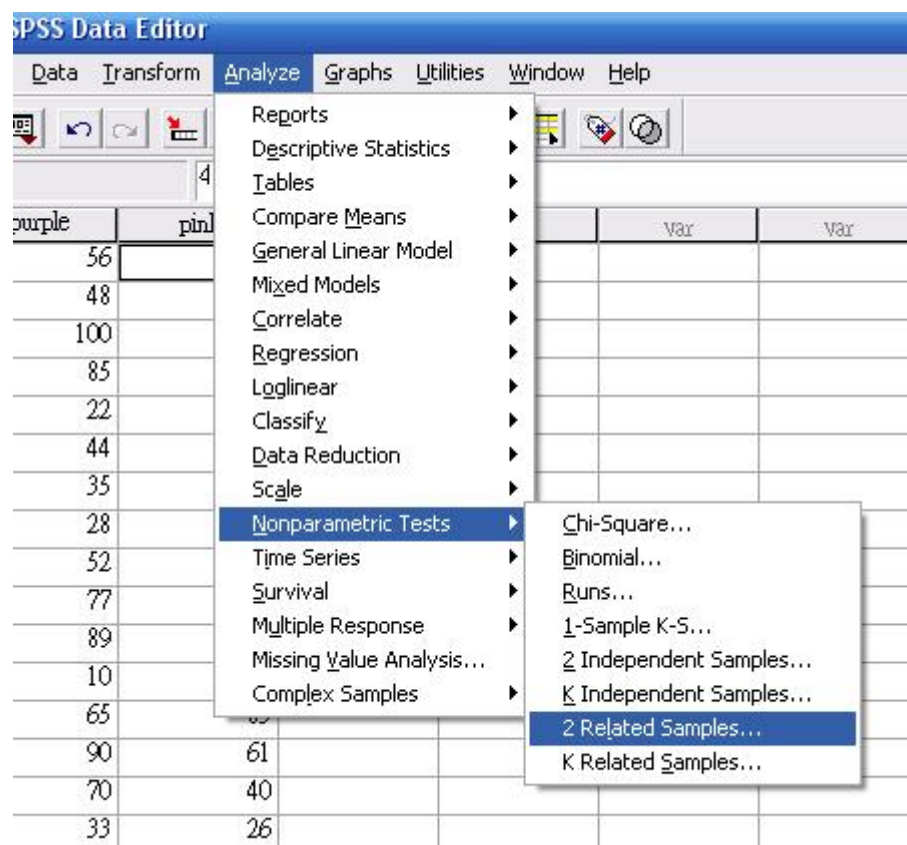


Untitled - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

1 : pink

	purple	pink	Var	Var	Var
1	56	40			
2	48	70			
3	100	60			
4	85	70			
5	22	8			
6	44	40			
7	35	45			
8	28	7			
9	52	60			
10	77	70			
11	89	90			
12	10	10			
13	65	85			
14	90	61			
15	70	40			
16	33	26			



➔ NPar Tests

Wilcoxon Signed Ranks Test

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
pink - purple	Negative Ranks	10 ^a	8.60	86.00
	Positive Ranks	5 ^b	6.80	34.00
	Ties	1 ^c		
	Total	16		

a. pink < purple

b. pink > purple

c. pink = purple

Test Statistics^b

	pink - purple
Z	-1.477 ^a
Asymp. Sig. (2-tailed)	.140
Exact Sig. (2-tailed)	.147
Exact Sig. (1-tailed)	.074
Point Probability	.004

a. Based on positive ranks.

b. Wilcoxon Signed Ranks Test

2. 有 13 位程式設計師接受一項邏輯思考測驗，測驗完畢後讓每人服用鎮定劑後再測一次，成績如下表，試用 **Wilcoxon Signed-Rank** 檢定法，檢定是否可以宣稱鎮定劑部會影響邏輯思考測驗成績。顯著水準 $\alpha = 0.05$

受測者	前測	後測
1	67	68
2	78	81
3	81	85
4	72	60
5	75	75
6	92	81
7	84	73
8	83	78
9	77	84
10	65	56
11	77	16
12	79	64
13	80	63

Sol. H_0 : 鎮定劑不會影響邏輯思考，前測後測成績沒有差別

H_1 : 鎮定劑會影響邏輯思考，前測後測成績不同

先將上面表格增加欄位

受測者	前測	後測	差	等級
1	67	68	-1	1
2	78	81	-3	2
3	81	85	-4	3
4	72	60	12	9
5	75	75	0	×
6	92	81	11	7.5
7	84	73	11	7.5
8	83	78	5	4
9	77	84	-7	5
10	65	56	9	6
11	77	16	61	12
12	79	64	15	10
13	80	63	17	11

$$T^+ = 9 + 7.5 + 7.5 + 4 + 6 + 12 + 10 + 11 = 67$$

$$T^- = 1 + 2 + 3 + 5 = 11$$

13 筆資料中，有一個相等，我們不採計，故 $n = 12$

$$T = \min(T^+, T^-) = 11$$

查表(**Wilcoxon T**)得到臨界值為 14

因為 $11 < 14$ ，我們拒絕虛無假設，也就是說，前測後測成績不同，鎮定劑確實會影響邏輯思考。

3. 一項研究報告紀錄抽菸前後的脈搏，紀錄如下表。在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，檢定是否可以宣稱抽菸對於脈搏沒有影響。

抽菸前	68	72	60	70	70	74	66	71	69	72
抽菸後	69	76	68	73	72	75	66	71	68	74

Sol. H_0 : 抽菸對於脈搏沒有影響

H_1 : 抽菸對於脈搏有影響

抽菸前	68	72	60	70	70	74	66	71	69	72
抽菸後	69	76	68	73	72	75	66	71	68	74
差	-1	-4	-8	-3	-2	-1	0	0	1	-2
等級	2	7	8	6	4.5	2	×	×	2	4.5

$$T^+ = 2$$

$$T^- = 2 + 7 + 8 + 6 + 4.5 + 2 + 4.5 = 34$$

10 筆資料中，有 2 個相等，我們不採計，故 $n = 8$

$$T = \min(T^+, T^-) = 2$$

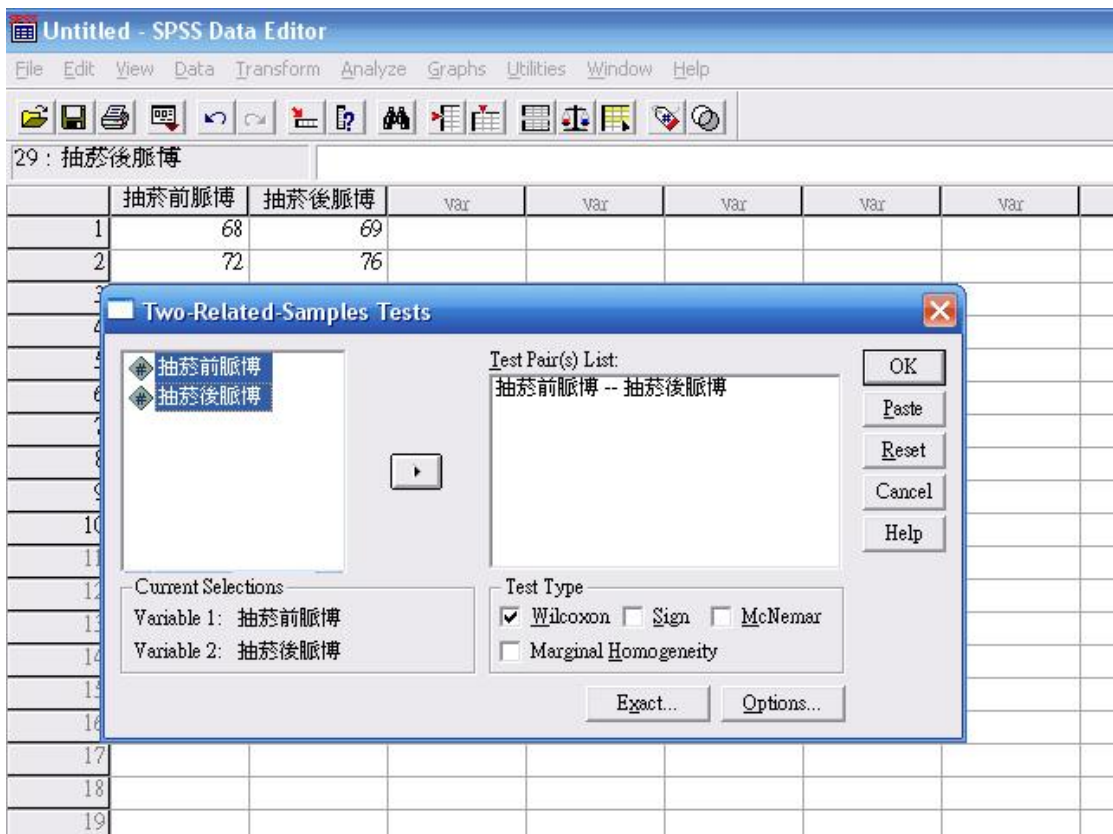
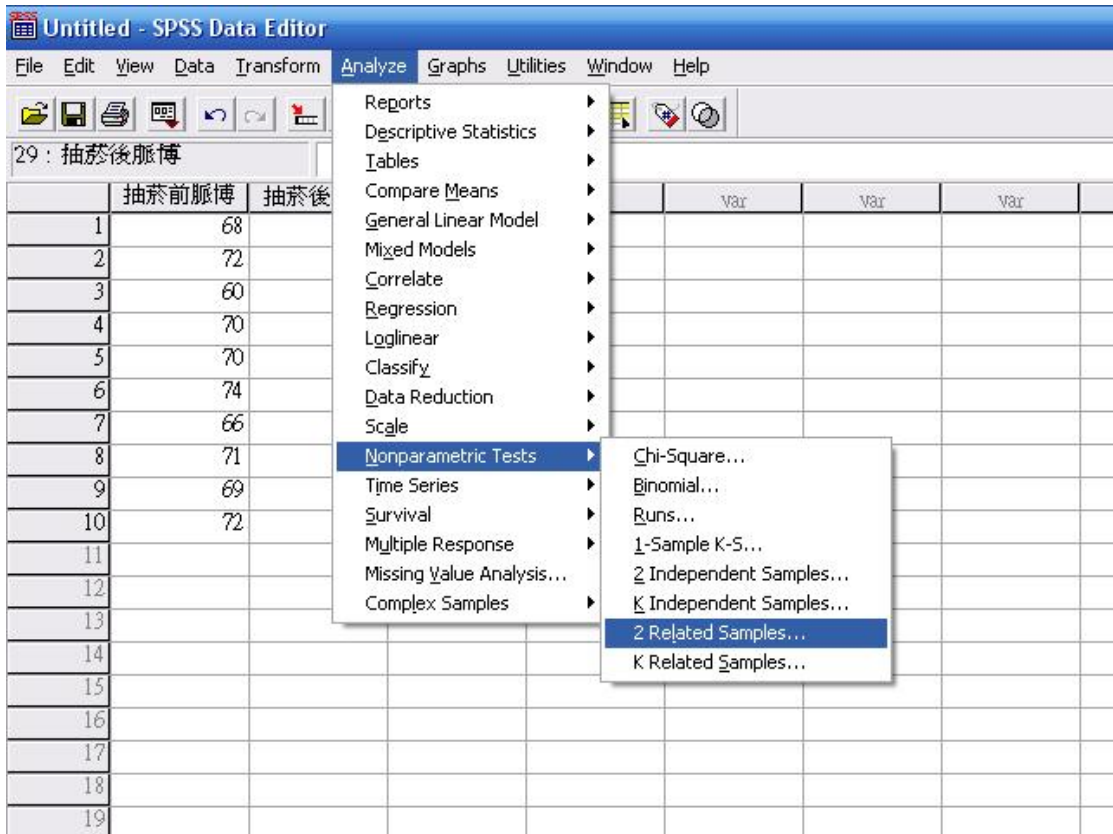
查表(Wilcoxon T)得到臨界值為 4

因為 $2 < 4$ ，我們拒絕 H_0 ，也就是說，抽菸會影響脈搏

SPSS

29: 抽菸後脈搏

	抽菸前脈搏	抽菸後脈搏	Var	Var	Var
1	68	69			
2	72	76			
3	60	68			
4	70	73			
5	70	72			
6	74	75			
7	66	66			
8	71	71			
9	69	68			
10	72	74			



→ NPar Tests

Wilcoxon Signed Ranks Test

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
抽菸後脈搏 - 抽菸前脈搏	Negative Ranks	1 ^a	2.00	2.00
	Positive Ranks	7 ^b	4.86	34.00
	Ties	2 ^c		
	Total	10		

a. 抽菸後脈搏 < 抽菸前脈搏

b. 抽菸後脈搏 > 抽菸前脈搏

c. 抽菸後脈搏 = 抽菸前脈搏

Test Statistics^b

	抽菸後脈搏 - 抽菸前脈搏
Z	-2.254 ^a
Asymp. Sig. (2-tailed)	.024

a. Based on negative ranks.

b. Wilcoxon Signed Ranks Test